1. Fotoniraketti (5 pistettä) — *Jaan Kalda, Oskar Vallhagen.* Kuvitellaan hypoteettinen fotonipropulsion avulla liikkuva avaruusalus, jonka lepomassa on $M = 1 \times 10^5\,\mathrm{kg}$. Aluksen tankissa oleva antimateriasta koostuva polttoaine annihiloituu samanmassaisen materian kanssa tuottaen fotoneita, jotka aiheuttavat reaktiivisen voiman. Annihilaatioon vaadittava materia kerätään tähtienvälisen avaruuden erittäin harvasta plasmasta (plasman nopeuden voi olettaa olevan nolla Maan koordinaatistossa). Valonnopeus on $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$.

i) *(1 piste)* Millaisella tahdilla μ (kg/s) antimateriaa on alussa poltettava, jotta aluksen kiihtyvyys vastaisi putoamiskiihtyvyyttä ($g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$) Maan pinnalla?

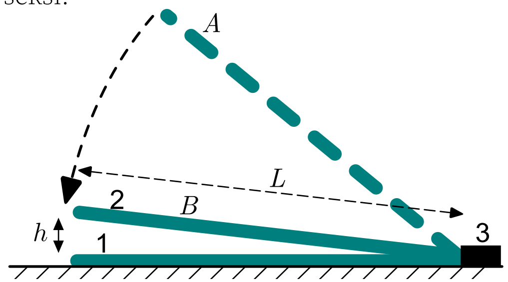
ii) *(3 pistettä)* Aluksen moottorit sammutetaan, kun sen lepomassa on pudonnut arvoon $m_f = M/10$; mikä on sen lopullinen vauhti?

iii) *(1 piste)* Aluksesta emittoituvien fotonien taajuutta mitataan Maan pinnalta. Mikä on Maan pinnalla viimeiseksi mitattujen (juuri ennen moottorien sammuttamista emittoitujen) fotonien taajuus, jos aluksen koordinaatistossa taajuus on vakio f_0?

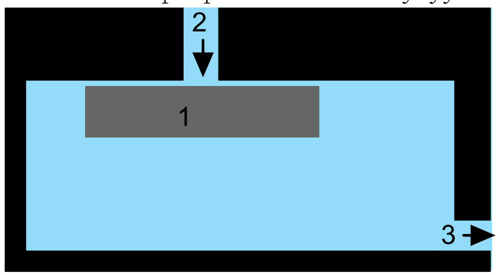
2. Kaasun ja nesteen virtaukset (10 pistettä) — *Jaan Kalda, Päivo Simson.*

i) *(1 piste)* Jos lasilevyn antaa kaatua toisen lasilevyn päälle, se ei hajoa, vaan laskeutuu pehmeästi. Kuvassa on esitetty lasilevy (merkitty ‘1’:llä), joka lepää lattialla, sekä toinen levy (merkitty ‘2’:lla), joka kaatuu. Lattiassa oleva töyssy (merkitty ‘3’:lla) estää kaatuvaa levyä liukumasta. Kaatuva levy oli aluksi asennossa A ja on nyt asennossa B pienen etäisyyden $h = h_0$ päässä maassa lepäävästä levystä. Levy jatkaa kaatumistaan kulmanopeudella ω_0. Mikä on ilman nopeus levyjen välissä vasemmanpuolisella reunalla?

ii) *(2,5 pistettä)* Lasilevyn leveys on $L \gg h_0$, paksuus $t \ll L$, tiheys ρ_g, ja sen syvyys (suunnassa paperin sisään) on paljon suurempi kuin L. Miten levyn kulmanopeus riippuu h:sta kaatumisen jatkuessa, jos ilman tiheys on ρ_a? Voit unohtaa painovoiman vaikutuksen sekä ilman viskositeetin ja kokoonpuristuvuuden. Ilmavirtaus oletetaan laminaariseksi.



iii) *(3 pistettä)* Sylinterin muotoinen R-säteinen kivikiekko (kuvassa merkitty ‘1’:llä), jonka paksuus on h ja tiheys on ρ_s, on puristunut vedellä (tiheys ρ_w) täytetyn altaan kattoon. Katon pinnan epätasaisuuksien takia katon ja kiekon pinnan välissä on pieni rako, jonka paksuus on $t \ll R$. Putkesta (kuvassa merkitty ‘2’:lla; poistoputki ‘3’ on kaukana), jonka säde on $r \ll R$ virtaa vettä altaaseen. Kivikiekon ja putken keskiakselit ovat samansuuntaiset. Putken säde on paljon suurempi kuin rako kiekon ja altaan katon välissä t.s. $r \gg t$. Kuinka suuri tulisi olla putkesta tulevan massavuon μ (kg/s), jotta kiekko ei putoaisi alas? Vapaapudotuksen kiihtyvyys on g.



iv) *(0,5 pistettä)* Höyryturbiineja käytetään laajalti voimalaitoksissa. Yksinkertaistetun mallin mukaisesti vettä keitetään lämpötilassa $t_t = 180\,^\circ\mathrm{C}$ ja paineessa $p_t = 1 \times 10^6\,\mathrm{Pa}$ (todellisissa höyryturbiineissa paineet voivat olla paljon korkeammat). Syntyvä höyry virtaa ulos pitkin seinässä olevaa sylinterimäistä kanavaa, jonka poikkipinta-ala on $A = 1\,\mathrm{cm^2}$. Ympäristön paine on $p_0 = 1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$. Määritä entropiaero ΔS yhden moolin höyryä ja yhden moolin nestemäistä vettä välillä (moolimassa $M = 18\,\mathrm{g/mol}$, höyrystymisen latentti lämpö: $L = 2{,}3\,\mathrm{MJ/kg}$ lämpötilassa $100\,^\circ\mathrm{C}$) höyrysuihkussa.

v) *(3 pistettä)* Selvitä mikä on syntyvän höyrypurkauksen massavuo μ sekä purkauksen sisältämän nestemäisen veden suhteellinen osuus r sen kokonaismassasta. Oleta, että höyryn virratessa kanavaan ja kanavassa höyryn laajeneminen on reversiibeliä (eli lämmönjohtuvuus voidaan jättää huomiotta ja neste- sekä kaasufaasien voidaan olettaa olevan aina keskenään tasapainotilassa). Vesihöyryn adiabaattinen indeksi $\gamma = 4/3$.

3. Pyörivä avaruusasema (13 pistettä) — *Jaan Kalda, Kaarel Hänni.* Geostationaarisella kiertoradalla oleva avaruusasema on sylinterin muotoinen. Aseman pituus $L = 100\,\mathrm{km}$ ja säde $R = 1\,\mathrm{km}$, ja se on täynnä ilmaa (moolimassa $M = 29\,\mathrm{g/mol}$) normaalissa ilmanpaineessa ja lämpötilassa $T = 295\,\mathrm{K}$. Sylinterin seinät toimivat lattiana asemalla asuville ihmisille ja se pyörii akselinsa ympäri aiheuttaen “maanpinnalle” tutun putoamiskiihtyvyyden $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$.

i) *(0,5 pistettä)* Mikä on aseman pyörimisen jaksonaika τ?

ii) *(2 pistettä)* Pallo heitetään jostakin kohtaa lattiaa ja napataan jälleen ajan $t = \tau/2$ kuluttua samasta kohtaa. Millä nopeudella pallo heitettiin? Jätä ilmanvastus huomiotta.

iii) *(2 pistettä)* Pallonmuotoinen ilmapallo, jonka säde $r = 3\,\mathrm{m}$ täytetään heliumilla (moolimassa $M' = 4\,\mathrm{g/mol}$) ja sitä käytetään nostamaan punnus, jonka massa m on tuntematon. Punnus on kiinnitetty palloon kevyellä köydellä, jonka pituus $L = 20\,\mathrm{m}$, ja systeemi kohoaa kunnes pysähtyy korkeudella $H = 500\,\mathrm{m}$ lattiasta. Määritä punnuksen massa m.

Köysi, jonka lineaarinen massatiheys $\lambda = 1\,\mathrm{kg/m}$ on kiinnitetty lattiaan kahdesta täysin vastakkaisesta pisteestä sylinterin seinällä (siten, että köyden päätepisteiden välinen etäisyys on $2R$). Olkoot A ja B köyden kaksi päätepistettä sekä C sen keskipiste.

iv) *(1,5 pistettä)* Olettaen, että piste C on korkeudella h lattian pinnasta, määritä köyden pisteisiin A ja C kohdistuvien jännitysvoimien ero $T_A - T_C$.

v) *(1,5 pistettä)* Olettaen, että pisteessä A köyden ja lattian väliin jäävä kulma on α, määritä jännitysvoimien suhde T_A/T_C.

vi) *(1,5 pistettä)* Määritä T_C kun $h = 495\,\mathrm{m}$ approksimoimalla köyttä paraabelina.

vii) *(2 pistettä)* Avaruusaseman metallisten seinämien kokonaisvaraus on Q. Aseman sisällä leijailee varauspallo lattian pinnan suhteen liikkumatta. Määritä varauspallon varauksen suhde sen massaan q/m. Jätä pallon lattiaan indusoivien varausten vaikutus huomiotta.

viii) *(2 pistettä)* Gaussin lauseen mukaan $\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$, missä integraali lasketaan tilavuutta V (jonka sisällä ei ole varauksia) ympäröivän suljetun pinnan ylitse. Millä tavalla avaruusasemalla olevan havainnoijan on muokattava tätä yhtäsuuruutta silloin, kun ainoastaan kokonaisvaraus Q on jakautunut aseman ulkoreunalle?

4. Hanskojen venyttäminen (8 pistettä) — *Eero Uustalu.*

Tarvikkeet Ainakin kolme paria suuria, värittömiä, läpikuultavia, lateksisia kertakäyttökumihanskoja; rulla läpikuultavaa teippiä; sakset; ainakin neljä liuskaa A4-kokoista tai suurempaa millimetripaperia; kolme viivoitinta; taipuisa ainakin metrin mittainen mittanauha; terävä kynä tai tussi. Kumihanskoja voit tarpeen mukaan leikellä palasiksi. Palaset voit kiinnittää pöytääsi joko suoraan teipillä ja/tai viivoittimen avulla (tiukempaa kiinnitystä varten).

Lateksi on erittäin venyvä elastinen materiaali, jonka tilavuuden voidaan olettaa säilyvän vakiona venytettäessä hajoamispisteeseen asti.

Kussakin tehtävässä hahmottele koeasetelmasi ja selitä, millä keinoin pyrit parhaaseen mahdolliseen mittaustarkkuuteen. Taulukoi kaikki suoraan mittaamasi arvot.

i) *(1 piste)* Määritä lateksiliuskan maksimivenymä ε_m (eli venymä, jonka kohdalla liuska hajoaa). Venymä määritellään pituuden suhteellisena muutoksena $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$, missä l on liuskan venytetty pituus ja l_0 venyttämätön pituus.

ii) *(7 pistettä)* Määritä ja piirrä kuvaaja lateksiliuskan jännitys-venymä-suhteesta. Jännitys määritellään jännitysvoimana poikkipinta-alaa kohti. Ilmoita jännitys σ suhteellisin yksiköin normalisoituna suhteessa maksimijännitykseen hajoamispisteessä.