

1. RACHETĂ FOTONICĂ (5 puncte) — *Jaan Kalda, Oskar Vallhagen.* Consideră o călătorie interstelară ipotetică cu o navă spațială propulsată de fotoni; nava are masa de repaus inițială $M = 1 \times 10^5 \text{ kg}$. Combustibilul de la bord (antimaterie) este anihilat de o masă egală de materie pentru a crea fotonii care produc o forță reactivă. Materia necesară anihilării este colectată din plasma foarte rară din spațiului interstelar (presupune că viteza plasmei interstelare este zero în sistemul de referință al Pământului). Viteza luminii este $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

i) (1 punct) Care ar trebui să fie viteza inițială $\mu \text{ (kg/s)}$ cu care ar trebui „arsă” antimateria, pentru ca accelerația navei să fie egală cu accelerația căderii liberă pe Pământ ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)?

ii) (3 puncte) Motoarele navei spațiale sunt oprite atunci când masa sa de repaus scade până la $m_f = M/10$; care este viteza finală a navei?

iii) (1 punct) Frecvența fotonilor emiși este măsurată de un observator de pe Pământ. Care este frecvența ultimilor fotoni (emiși chiar înainte de oprirea motorului), așa cum este măsurată de pe Pământ, dacă frecvența în sistemul de referință al navei spațiale rămâne constantă și egală cu f_0 ?

2. RACHETĂ FOTONICĂ (5 puncte) — *Jaan Kalda, Oskar Vallhagen.* Interstellar travel with a photon-propelled spaceship of initial rest mass $M = 1 \times 10^5 \text{ kg}$. The on-board fuel (antimatter) is annihilated with an equal mass of matter to create photons yielding a reactive force. The matter required for annihilation is collected from the very sparse plasma of the interstellar space (assume that the velocity of the interstellar plasma is zero in the Earth's frame of reference). The speed of light is $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

i) (1 punct) What should be the initial rate $\mu \text{ (kg/s)}$ at which the antimatter should be burned for the acceleration to be equal to the free fall acceleration on Earth ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)?

ii) (3 puncte) The engines of the spaceship are switched off when its rest mass has de-

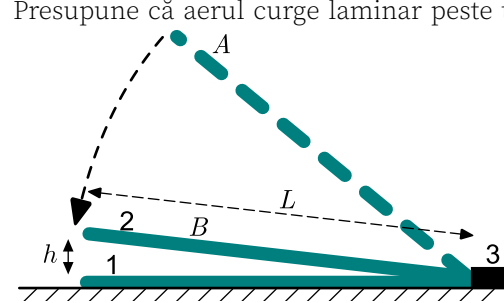
creased down to $m_f = M/10$; what is its final speed?

iii) (1 punct) The frequency of the emitted photons is measured by an observer on Earth. What is the frequency of the last photons (emitted just before the engine is switched off), as measured on Earth, if the frequency in the the space ship frame remains constant and equal to f_0 ?

3. CURGEREA GAZELOR ȘI A LICHIDELOR (10 puncte) — *Jaan Kalda, Päivo Simson.*

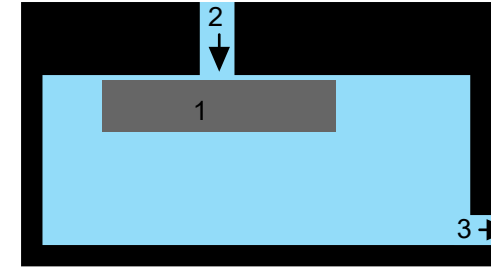
i) (1 punct) Dacă se lăasă să cadă o placă de sticlă peste o altă placă de sticlă, placa ce cade nu se va sparge, ci se va opri încet. În figură se arată că o placă (marcată cu „1”) stă pe podea și o altă placă (marcată cu „2”) cade - în timp ce o ridicătură de pe sol (marcată cu „3”) îi împiedică alunecarea. Căderea plăcii a început din poziția A. Placa este acum în poziția B, la o distanță foarte mică $h = h_0$ de placa aflată în repaus și cade, având în acest moment viteza unghiulară ω_0 . Determină viteza aerului dintre plăci lângă marginea din stânga a acestora.

ii) (2,5 puncte) Placa de sticlă are lățimea $L \gg h_0$, grosimea $t \ll L$, densitatea ρ_g , iar lungimea sa (în adâncimea figurii) este mult mai mare decât L . Determină dependența vitezei unghiulare a plăcii de h în timpul mișcării sale ulterioare, dacă densitatea aerului este ρ_a . Neglijează gravitația, precum și vâscozitatea și compresibilitatea aerului. Presupune că aerul curge laminar peste tot.



iii) (3 puncte) Un disc cilindric din piatră (marcat cu „1” în figură) având raza R , grosimea h și densitatea ρ_s este apăsat pe tavanul unui rezervor umplut cu apă de densitate ρ_w . Mici denivelări de pe suprafața tavanului mențin un spațiu mic, de grosime $t \ll R$ între tavan și suprafața discului. Apa curge în

rezervor prin conducta de rază $r \ll R$ (marcată cu „2” în figură), coaxială cu discul; conducta de evacuare a apei din rezervor, „3”, este foarte depărtată. Raza conductei este mult mai mare decât distanța dintre disc și tavan, adică $r \gg t$. Care ar trebui să fie debitul masic $\mu \text{ (kg/s)}$ în conductă, astfel încât discul să nu cadă? Accelerația gravitațională este g .



iv) (0,5 puncte) Turbinele cu abur sunt utilizate pe scară largă în centralele electrice. Conform unui model simplificat, apa este adusă la temperatura $t_t = 180^\circ\text{C}$ și la presiunea $p_t = 1 \times 10^6 \text{ Pa}$ (turbinele cu aburi reale pot funcționa la presiuni mult mai mari decât aceasta), iar vaporii creați curg printr-un canal cilindric cu aria secțiunea transversale $A = 1 \text{ cm}^2$; presiunea exterioară este $p_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$. Determină diferența de entropie ΔS dintre entropia unui mol de vapori și aceea a unui mol de apă lichidă din jetul care iese prin canal (masa molară $M = 18 \text{ g/mol}$, căldura latentă de vaporizare la 100°C : $L = 2,3 \text{ MJ/kg}$).

v) (3 puncte) Determină debitul masic μ al jetului de abur creat, precum și expresia conținutului relativ de masă r de apă în fază lichidă în jet. Presupune că, în timpul curgerii în și din canal, expansiunea vaporilor de apă este reversibilă (adică se poate neglija conducția termică și există mereu un echilibru între faza lichidă și aceea gazoasă); indicele adiabatic al vaporilor de apă este $\gamma = 4/3$.

4. STAȚIE SPAȚIALĂ ROTITOARE (13 puncte) — *Jaan Kalda, Kaarel Hänni.* O stație spațială aflată pe o orbită geostaționară are forma unui cilindru de lungime $L = 100 \text{ km}$ și rază $R = 1 \text{ km}$. Stația este umplută cu aer (cu masa molară $M = 29 \text{ g/mol}$) la presiunea atmosferică și la temperatura $T = 295 \text{ K}$; peretele cilindric al stației servește ca podea pentru oa-

menii care trăiesc în stație. Aceasta se rotește în jurul axei sale, astfel încât să creeze o gravitație normală $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ „la sol - pe podea”.

i) (0,5 puncte) Care este perioada de rotație τ a stației?

ii) (2 puncte) O minge este aruncată dintr-un anumit punct de pe „sol” și este prinsă după timpul $t = \tau/2$ exact în punctul de lansare. Care a fost viteza de aruncare a mingii? Rezistența aerului se neglijează.

iii) (2 puncte) Un balon sferic având raza $r = 3 \text{ m}$ este umplut cu heliu (cu masa molară $M' = 4 \text{ g/mol}$) și este folosit pentru a ridica o greutate de masă necunoscută m . Greutatea este legată de balon cu o frânghie ușoară de lungime $L = 20 \text{ m}$, iar sistemul se ridică până se oprește la înălțimea $H = 500 \text{ m}$ față de „sol”. Determină valoarea masei m .

O frânghie cu densitate liniară de masă $\lambda = 1 \text{ kg/m}$ este fixată la „sol” în două puncte diametral opuse ale cilindrului (astfel încât distanța dintre capetele frânghiei este $2R$). Fie A, B și C notații pentru cele două capete și respectiv pentru punctul de mijloc al frânghiei.

iv) (1,5 puncte) Presupunând că înălțimea punctului C față de „sol” este h , determină $T_A - T_C$, diferența forțelor de tensiune din frânghie în punctele A și C.

v) (1,5 puncte) Presupunând că în punctul A, frânghia formează cu „solul” unghiul α , determină raportul forțelor de tensiune T_A/T_C .

vi) (1,5 puncte) Determină T_C dacă $h = 495 \text{ m}$ - aproximând forma frânghiei cu o parabolă.

vii) (2 puncte) Pereții metalici ai stației spațiale poartă o sarcină electrică totală Q . În interiorul stației spațiale, o minge încărcată planează nemișcată deasupra „solului”. Determină raportul sarcină-masă q/m pentru minge. Neglijează efectul sarcinilor induse de mingea încărcată pe „sol”.

viii) (2 puncte) Teorema Gauss afirmă că $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$, unde integrala este se face pe o suprafață închisă care cuprinde un volum V fără sarcini electrice în interior. Cum ar trebui modificată această relație de către un ob-

servator de la bordul stației spațiale dacă nu există sarcini electrice - altele decât sarcina totală Q distribuită pe perimetrul stației?

5. ÎNTINDEREA MĂNUȘILOR (8 puncte) — *Eero Uustalu*. **Echipament** Cel puțin trei perechi de mănuși mari din cauciuc medical din latex, semi-transparente, incolore; o rolă de bandă adezivă transparentă și rezistentă; o foarfecă ascuțită; cel puțin patru coli de hârtie milimetrică format A4 sau mai mare; trei

rigle; un metru de croitorie cu o lungime de cel puțin un metru; un marker universal pentru suprafețe, cu vârf extra-fin. Mănușile de cauciuc pot fi tăiate după cum este necesar în bucăți. Bucățile de mănuși trebuie să poată fi fixate pe masa de lucru, direct - folosind banda adezivă - și / sau cu ajutorul unei rigle (pentru a obține o fixare mai fermă). Latexul este un material elastic foarte extensibil pentru care se poate presupune că își păstrează volumul constant în timpul întinderii, până

la punctul de rupere. Pentru fiecare dintre sarcinile de lucru, desenează o schiță a configurației experimentale și explică pașii pe care i-ai făcut pentru a obține cea mai bună precizie posibilă a măsurărilor; tablează datele măsurate direct.

i) (1 punct) Determină efortul unitar maxim ϵ_m pentru o bandă de latex (adică tensiunea mecanică la care banda se rupe). Deformarea relativă este definită ca fiind variația relativă

a lungimii benzii, $\epsilon = (l - l_0)/l_0$, unde l și l_0 sunt respectiv lungimea benzii întinse și lungimea benzii netensionate.

ii) (7 puncte) Determină și trasează graficul relației dintre deformarea relativă și efortul unitar pentru benzile de latex. Efortul unitar este definit ca forța de tensiune raportată la aria secțiunii transversale. Exprimă efortul unitar σ în unități relative, normate la tensiunea maximă la punctul de rupere.