1. FOTONRAKET (5 poäng) — *Jaan Kalda, Oskar Vallhagen.* Betrakta en hypotetisk interstellär rymdresa med ett foton-drivet rymdskepp med initial vilomassa $M = 1 \times 10^5\,\mathrm{kg}$. Bränslet ombord på rymdskeppet (antimateria) annihileras med en lika stor massa av vanlig materia för att avge fotoner som ger upphov till en reaktionskraft. Den vanliga materia som behövs för annihilationen samlas in från det mycket tunna plasma som finns i den interstellära rymden (antag att det interstellära plasmat är i vila i jordens referenssystem). Ljusfarten är $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$.

i) *(1 poäng)* Vad måste den initiala förbränningstakten μ (kg/s) av antimateria vara för att accelerationen ska vara lika stor som tyngdaccelerationen på jorden ($g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$)?

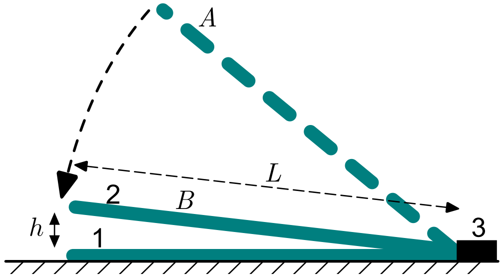
ii) *(3 poäng)* Rymdskeppets motorer stängs av när dess vilomassa har minskat till $m_f = M/10$; vad är rymdskeppets sluthastighet?

iii) *(1 poäng)* De avgivna fotonernas frekvens mäts av en observatör på jorden. Vilken frekvens har de sista fotonerna (som avges precis innan motorerna stängs av), sett från jorden, om frekvensen i rymdskeppets referenssystem hålls konstant lika med f_0?

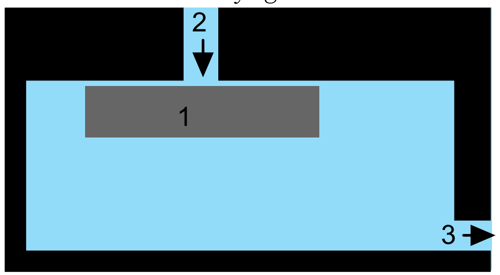
2. GAS- OCH VÄTSKEFLÖDEN (10 poäng) — *Jaan Kalda, Päivo Simson.*

i) *(1 poäng)* Om man låter en glasskiva falla mot en annan glasskiva kommer den inte gå sönder, utan istället stanna mjukt. Figuren visar en skiva (betecknad '1') som vilar på golvet, och en annan skiva (betecknad '2') som faller medan en stoppkloss på marken (betecknad '3') hindrar den från att glida. Den fallande skivan startade i position A och är nu i position B, vid ett mycket litet avstånd $h = h_0$ från skivan som vilar på golvet, och faller med en nuvarande vinkelhastighet ω_0. Vad är luftens hastighet mellan skivorna nära deras vänstra kant?

ii) *(2,5 poäng)* Glasskivan har bredd $L \gg h_0$, tjockleck $t \ll L$, densitet ρ_g, och dess längd (inåt i figuren) är mycket större än L. Hur kommer skivans vinkelhastighet bero på h under dess fortsatta rörelse om luftens densitet är ρ_a? Försumma gravitationen samt luftens viskositet och kompressibilitet. Antag att allt luftflöde är laminärt.



iii) *(3 poäng)* En cylindrisk stendisk (betecknad '1' i figuren nedan) med radie R, tjocklek h och densitet ρ_s pressas mot taket på en tank fylld med vatten med densitet ρ_w. Små utbuktningar på takets yta upprätthåller ett litet gap av tjocklek $t \ll R$ mellan taket och diskens yta. Vatten flödar från ett rör (betecknat '2'; röret för utflöde, '3', är långt borta) med radie $r \ll R$ coaxiallt placerat över disken in tanken, se figuren. Rörets radie är mycket större än gapet mellan disken och taket, dvs $r \gg t$. Hur stort måste massflödet μ (kg/s) från röret vara för att förhindra att disken faller ner? Tyngdaccerelationen är g.



iv) *(0,5 poäng)* Ångturbiner används ofta i kraftverk. Enligt en enkel modell kokas vatten vid temperatur $t_t = 180\,^\circ\mathrm{C}$ och tryck $p_t = 1 \times 10^6\,\mathrm{Pa}$ (verkliga ångturbiner kan ha mycket högre tryck än så), och den genererade ångan flödar genom en cylindrisk kanal med tvärsnittsarea $A = 1\,\mathrm{cm^2}$ i väggen; det omgivande trycket är $p_0 = 1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$. Bestäm entropiskillnaden ΔS mellan en mol ånga och en mol flytande vatten (molmassa $M = 18\,\mathrm{g/mol}$, latent ångbildningsvärme vid $100\,^\circ\mathrm{C}$: $L = 2{,}3\,\mathrm{MJ/kg}$) i den utgående ångströmmen.

v) *(3 poäng)* Bestäm massflödet μ hos den genererade ångströmmen, samt dess relativa masshalt r av vatten i flytande fas. Antag att vattenångans expansion är reversibel under flödet in i och genom kanalen (dvs att värmeledningsförmågan kan försummas och att det alltid råder jämvikt mellan den flytande fasen och gas-fasen); vattenångan har adiabatiskt index $\gamma = 4/3$.

3. ROTERANDE RYMDSTATION (13 poäng) — *Jaan Kalda, Kaarel Hänni.* En rymdstation i en geostationär omloppsbana är formad som en cylinder med längd $L = 100\,\mathrm{km}$ och radie $R = 1\,\mathrm{km}$. Stationen är fylld med luft (med molmassa $M = 29\,\mathrm{g/mol}$) vid atmosfärtrycket och temperaturen $T = 295\,\mathrm{K}$. Cylinderns väggar fungerar som golv för invånarna på stationen. Cylindern roterar runt sin axel för att skapa en tyngdacceleration som är $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ vid golvet.

i) *(0,5 poäng)* Vad är periodtiden τ för rotationen?

ii) *(2 poäng)* En boll kastas från golvet och fångas sedan en tid $t = \tau/2$ senare på samma plats. Vilken hastighet kastades bollen med? Försumma luftmotstånd.

iii) *(2 poäng)* En sfärisk ballong med radie $r = 3\,\mathrm{m}$ är fylld med helium (med molmassa $M' = 4\,\mathrm{g/mol}$). Ballongen används för att lyfta en vikt med en okänd massa m. Vikten är fäst till ballongen med ett tunt rep vars längd är $L = 20\,\mathrm{m}$, och systemet stiger upp till $H = 500\,\mathrm{m}$ över golvet, där det stannar. Bestäm massan m.

Ett rep med linjär densitet $\lambda = 1\,\mathrm{kg/m}$ är fäst i två punkter mitt emot varandra på cylindern (så att avståndet mellan repets fästpunkter är $2R$). Låt A och B beteckna de två ändpunkterna på repet, och C beteckna repets mittpunkt.

iv) *(1,5 poäng)* Givet att höjden över golvet vid C är h, beräkna skillnaden i spännkraften i repet $T_A - T_C$ mellan punkt A och punkt C.

v) *(1,5 poäng)* Givet att repets vinkel jämtemot golvet är α vid punkt A, beräkna förhållandet mellan spännkrafterna T_A/T_C.

vi) *(1,5 poäng)* Beräkna T_C för $h = 495\,\mathrm{m}$ genom att approximera repets form med en parabel.

vii) *(2 poäng)* Rymdstationens väggar är av metall och bär totalt laddningen Q. I rymstationen svävar en laddad boll stillastående över golvet. Bestäm förhållandet mellan bollens laddning och massa q/m. Ignorera de laddningar som bollen inducerar på golvet.

viii) *(2 poäng)* Gauss lag är $\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$, där vi integrerar över en sluten yta som innesluter en volym V som inte innehåller några laddningar. Hur ska denna likhet modifieras av en observatör ombord på rymdstationen, givet att det inte finns några andra laddningar än den totala laddningen Q som är jämnt fördelad på rymdstationens utkant.

4. ELASTISKA HANDSKAR (8 poäng) — *Eero Uustalu.*

Utrustning Minst tre par stora genomskinliga undersökningshandskar i latex; en rulle genomskinlig och stark kontorstejp; en vass sax; minst fyra ark millimeterpapper i A4-format eller större; tre linjaler; ett måttband som är minst en meter långt; en märkpenna med extra smal spets. Latexhandskarna kan klippas efter behov. Bitarna kan fästas mot ditt arbetsbord genom att använda tejpen direkt eller både använda linjal och tejp (för att få bättre fäste).

Latex är ett mycket töjbart material där vi kan anta att materialets volym håller sig konstant medan det sträcks ut, ända fram till att det går sönder.

På varje uppgift ska du rita din experimentuppställning och förklara hur du gick tillväga för att få så bra precision som möjligt, samt göra en tabell som inkluderar dina direkta mätvärden.

i) *(1 poäng)* Bestäm den maximala relativa förlängningen ε_m på latexbandet (den relativa förlängningen där bandet brister). Den relativa förlängningen definieras enligt $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$, där l är längden vid utsträckning och l_0 det osträckta bandets längd.

ii) *(7 poäng)* Bestäm och plotta förhållandet mellan den relativa förlängningen och kraften per areaenhet för latexbandet. Uttryck kraften per areaenhet σ i relativa enheter, normaliserat mot det maximala värdet där bandet brister.